MÓDULO 1 · NÚMEROS NATURALES, CONJUNTOS Y ENTEROS

1.6



Los números enteros

la recta con negativos, el orden y el valor absoluto

PROF. JUAN DIEGO ANDRÉS · JUANDIEGOANDRES.COM

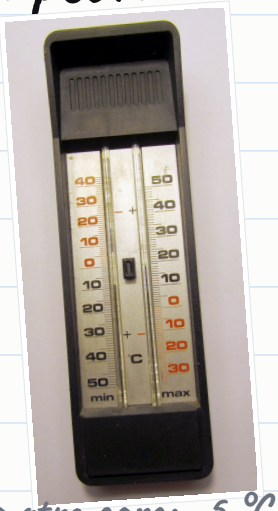
La pregunta de este capítulo

Si deben $5.000, ¿están mejor o peor que si deben $2.000? Con plata es claro: peor.

Pero escríbanlo con números:

$$-5.000 \quad ? \quad -2.000$$

¿Cuál de los dos números es mayor?



la otra cara: −5 °C o −2 °C, ¿cuál es más frío?

Guárdenla: al final del capítulo la respondemos con la recta (p. 48).

En este capítulo van a...

- ubicar enteros en la recta y compararlos: $-5 < -2$;
- ordenar enteros de menor a mayor, con el signo y el número juntos;
- leer el valor absoluto como la distancia al 0, y usarlo con deudas y temperaturas.

Lo que ya saben

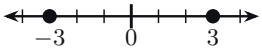
ordenar naturales ✓ leer un termómetro ✓

5 > 2: en la recta está más a la derecha.

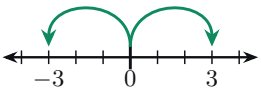
la clase en video
6:46 min

Palabras que van a usar

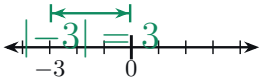
Antes de cualquier cuenta, estas son las palabras del capítulo. Cada una tiene su símbolo y su dibujo; vuelvan a esta página cuando una se les olvide.



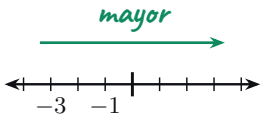
número entero
los negativos, el 0 y los positivos; el 0 no es ni positivo ni negativo



opuesto
3 y -3: a la misma distancia del 0, uno a cada lado



valor absoluto $|a|$
la distancia de a al 0; una distancia nunca es negativa



mayor que $>$, menor que $<$
a la derecha, mayor: $-1 > -3$ y $-3 < -1$



La punta del signo $<$ señala siempre al número menor: $-5 < -2$.

Un número negativo se escribe con el signo menos pegado: -5 se lee «menos cinco» y es **un solo número**. Los negativos sirven para lo que queda por debajo de un punto de partida: deudas, temperaturas bajo cero, sótanos de un edificio, alturas bajo el nivel del mar.

En el aula, con las manos

Pinten una recta en el piso del salón con tiza, del -10 al 10. Un estudiante se para en el 0 y el grupo le dicta: «sótano 3», «dos grados bajo cero», «debo cuatro mil». Cada vez, ¿hacia qué lado camina y cuántos pasos? Después, dos estudiantes en -7 y -2: ¿quién está más a la derecha?

1 La recta con negativos

en el video: **0:44**

Antes de explicar, una prueba. En un estudio se les pidió a niños de unos nueve años ordenar de menor a mayor estas cinco temperaturas: 5, -10, 0, 20 y -1 grados.

Piénsenlo antes de seguir

tapen lo de abajo con una hoja

¿Cuál creen que fue el error más común: la tarjeta B o la C?

B $0,\ -1,\ 5,\ -10,\ 20$ **C** $-1,\ -10,\ 0,\ 5,\ 20$

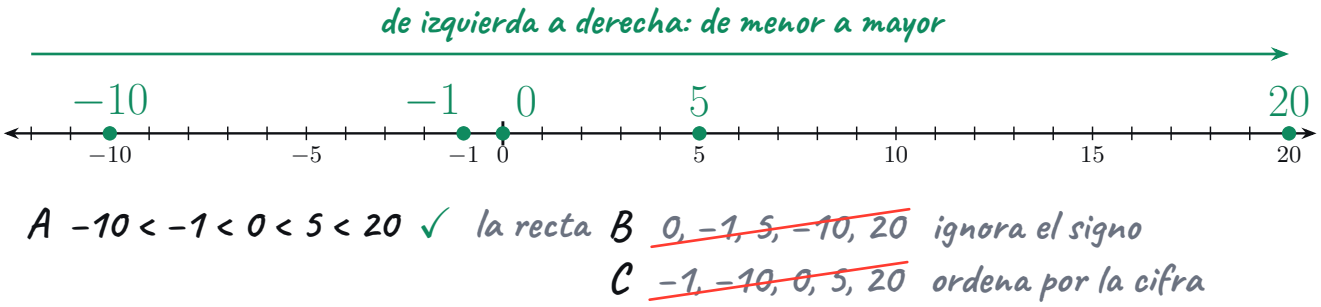
El resultado: **52 de cada 100** acertaron. El error más común fue el de la **tarjeta B**: casi uno de cada cuatro (23 de cada 100). La C la escribieron 6

PROF. JUAN DIEGO ANDRÉS · JUANDIEGOANDRES.COM

de cada 100. ¿Qué hicieron mal? Que decida la recta.

La recta, prolongada a la izquierda del cero

Tomen la recta de los naturales y prolónguenla a la izquierda del 0. Ahí están los negativos: -1, -2, -3... Negativos, cero y positivos forman los **números enteros**. El 3 y el -3 están a la misma distancia del 0, uno a cada lado: por eso se llaman **opuestos**.



A −10 < −1 < 0 < 5 < 20 ✓ la recta B ~~0, −1, 5, −10, 20~~ ignora el signo
C ~~−1, −10, 0, 5, 20~~ ordena por la cifra

La recta pone el orden de la **tarjeta A**. La **B** ignora el signo: pone el -10 después del 5. La **C** sí lo mira, pero ordena los negativos por la cifra: -1 antes que -10, como si el signo y el número fueran dos cosas aparte. Van juntos: -10 es un solo número.

⊗ Así lo escribió un compañero

$-5 > -2$, «porque 5 es mayor que 2»

✓ Así es

$-5 < -2$: el -5 está más a la izquierda

Por qué: se compararon las cifras sin el signo, como si el signo y el número fueran dos cosas aparte. En la recta, -5 queda a la izquierda de -2.



El 6 de cada 100 de la tarjeta C hizo justo esto.

> **La idea del capítulo**
>
> **La recta ordena: a la derecha, mayor.** Por eso, entre dos negativos, el mayor es el **más cerca del 0**: $-1 > -10$, aunque 10 sea más que 1.

2 Ordenar enteros

▶ en el video: **2:41**

El método es el del video: se ubican los números en la recta y se leen de izquierda a derecha.

PROF. JUAN DIEGO ANDRÉS · JUANDIEGOANDRES.COM

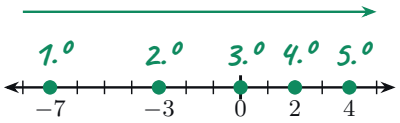


El orden de la hoja: datos, ubicar en la recta, leer de izquierda a derecha.

Ejercicio 1 Cinco números en la recta

2:41 (1) 2 3 resuelto, para mirar

Ordenen de menor a mayor: -3, 4, 0, -7, 2.



① datos: −3, 4, 0, −7, 2

② los ubico en la recta

③ leo de izquierda a derecha:

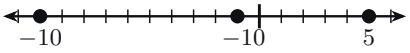
$-7 < -3 < 0 < 2 < 4$

Fase 2: el video les da tres lugares; ustedes completan el que falta (pausa de 4 s).

Ejercicio 2 Con un hueco

2:53 1 (2) 3 complétenlo

Ordenen -1, -10, 5, -4. Ya están escritos -10, un hueco, -1 y 5. ¿Qué va en el hueco? (Solución al final del capítulo.)



① datos: −1, −10, 5, −4

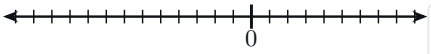
② los ubico en la recta

③ $-10 <$ ☐ $< -1 < 5$

Ejercicio 3 Sin ayuda

3:35 1 2 (3) sin ayuda

Ordenen de menor a mayor: -12, 8, -8, 0, -1. La recta está vacía, como en la pausa de 5 segundos del video.





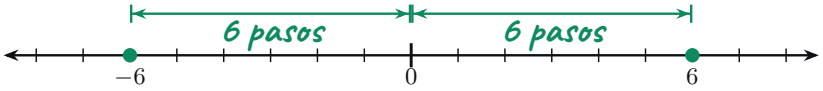
Ojo. Con el 8 y el -8: misma cifra, lados opuestos. Están a la misma distancia del 0, pero -8 está a la izquierda: $-8 < 8$.

en el video: **3:59**

3 Valor absoluto: la distancia al 0

Otra pregunta: ya no cuál es mayor, sino **qué tan lejos está del 0**. El -6 está a seis pasos. Esa distancia es su **valor absoluto**, y se escribe entre dos barras.

PROF. JUAN DIEGO ANDRÉS · JUANDIEGOANDRES.COM



$|-6| = 6$ $|6| = 6$

Valor absoluto

$|a|$ es la distancia de a al 0. El de -6 es 6, y el de 6 también es 6: los dos están a seis pasos. **Una distancia nunca es negativa**: $|a| = a$ si $a \geq 0$, y $|a| = -a$ si $a < 0$ (el opuesto de un negativo es positivo).



Las barras $|\ |$ se leen «el valor absoluto de».

$|0| = 0$: *el 0 está a cero pasos de sí mismo. Por eso «siempre positivo» no es cierto: es «nunca negativo».*

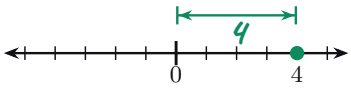
Tres contextos, la misma recta

contexto	el negativo es...	el orden	el valor absoluto
deudas	lo que se debe: $-\$8.000$	$-8.000 < -2.000$: peor	cuánto se debe: 8.000
temperatura	bajo cero: $-5\,°\text{C}$	$-5 < -2$: más frío	cuántos grados del 0
alturas	sótano o bajo el mar: -3	$-3 < -1$: más abajo	cuántos pisos de la calle

Ejercicio 4 Dos números a cuatro pasos

4:24 1 **2** 3 complétenlo

¿Qué números están a cuatro pasos del 0? Es decir, ¿qué números cumplen $|x| = 4$? Uno es el 4.



① *a 4 pasos a la derecha: 4*

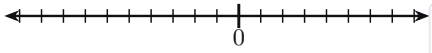
② *a 4 pasos a la izquierda:* ☐

$|x| = 4$ tiene dos respuestas

Ejercicio 5 ¿Cuál está más lejos?

4:48 1 2 **3** sin ayuda

¿Qué número está más lejos del 0: el -9 o el 7?





Ojo. Más lejos no es mayor. El -9 está más lejos del 0 que el 7 ($|-9| = 9 > 7$), pero $7 > -9$: el 7 está más a la derecha.

PROF. JUAN DIEGO ANDRÉS · JUANDIEGOANDRES.COM

Para practicar, en el cuaderno de trabajo: tres cuentas con saldos de $-\$35.000$, $\$12.000$ y $-\$8.000$, para ordenar de la más endeudada a la que más tiene (el video lo deja en el minuto 5:11), y la distancia entre -3 y 5 contando pasos en la recta.

Son las tres reglas del minuto 5:26 del video, con las mismas palabras.

Para recordar

1. En la recta, el mayor está a la derecha; entre negativos, el más cerca del 0.
2. El signo y el número van juntos.
3. El valor absoluto es la distancia al 0, y nunca es negativo.

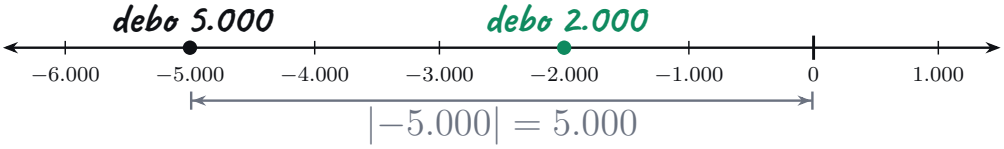
La respuesta a la pregunta

en el video: **5:45**



¡Pregunta pagada! Es la misma recta del final del video, ahora en miles.

Deber 5.000 es estar más a la izquierda. En la recta, ahora en miles de pesos:





① −5.000 está más a la izquierda

② −5.000 < −2.000 el mayor: −2.000

③ pero |−5.000| = 5.000, mayor que 2.000

Con la deuda de 5.000 están peor: -5.000 es el número menor. Pero esa deuda es más grande: su valor absoluto, 5.000, es mayor. **El orden dice quién está mejor; el valor absoluto, qué tan grande es la deuda.** Y con el termómetro: $-5\,°$C hace más frío que $-2\,°$C.

PROF. JUAN DIEGO ANDRÉS · JUANDIEGOANDRES.COM

Para ir más lejos: la recta de pie



En un ascensor con sótanos la recta se para: arriba, mayor. El botón -2 es el segundo sótano. ¿Qué está más abajo, el sótano -3 o el -1? ¿Cuántos pisos hay entre el -2 y el piso 3? Cuenten los pasos en la recta: de -2 a 0 son 2 y de 0 a 3 son 3, en total 5. Esa cuenta, con una resta, es la de la Lección 1.7.

Para qué les sirve

En 10.º y 11.º, en «Valor absoluto: la distancia que no tiene signo» (Mate 10·11 · 1.4); y, a través de otros temas, lo usan 52 de las 60 lecciones. **Lo que sigue:** Lección 1.7, sumar y restar enteros caminando por esta misma recta.

Para seguir estudiando

Recursos

escaneen con la cámara del celular

La clase
video de 6:46, en la lección del curso

El short
el error típico en un minuto

La lista
todas las clases del módulo

Soluciones

Ej. 2. -4*: está entre* -10 *y* -1.

Ej. 3. $-12 < -8 < -1 < 0 < 8$.

Ej. 4. -4*: hay dos números a 4 pasos, uno a cada lado.*

Ej. 5. el -9*:* $|-9| = 9 > 7$.

Piénsenlo: el error más común fue la B.

PROF. JUAN DIEGO ANDRÉS · JUANDIEGOANDRES.COM



Si la IA les suelta la respuesta, escríbanle: «No me la diga; deme solo una pista».

Prompts para estudiar con IA

Péguenlos en un asistente de IA: están escritos para que la IA les **pregunte**, no para que les responda.

1. Estoy aprendiendo a comparar números enteros. Hágame 5 preguntas, una por una, del tipo «¿cuál es mayor, -8 o -3?». No me diga la respuesta: espere la mía y, si me equivoco, pregúnteme dónde queda cada número en la recta.

2. Invénteme una lista de temperaturas con negativos (distinta de la de mi guía) y pídame que la ordene de menor a mayor. Si me equivoco, deme una pista sobre la recta, no la solución.

3. Le voy a explicar con mis palabras la diferencia entre «-9 es menor que 7» y «-9 está más lejos del 0 que 7». Hágame preguntas como un profesor hasta que yo mismo encuentre lo que me falte. No me corrija con la respuesta.

La IA también se equivoca con los signos: comprueben cada orden en su recta.

Referencias

Contenido Ficha P1-L6 del curso (v2 auditada) y guion del video P1-L6-clase v2: ejemplos, números y palabras.

El estudio Ryan, J. y Williams, J. (2007). *Children's Mathematics 4-15: Learning from Errors and Misconceptions*. Open University Press. Apéndice 1, p. 192, ítem M9.16 (prueba de 9 años, p. 174): 52 % acierta; 23 % ignora el signo; 6 % ordena los negativos por la cifra.

La recta Van de Walle, J. A., Karp, K. S. y Bay-Williams, J. M. (2015). *Elementary and Middle School Mathematics* (9.ª ed.). Pearson. p. 621 (PDF 622): la recta muestra el orden y la distancia al 0. OpenStax, *Prealgebra* 2e, §3.1 «Introduction to Integers», PDF p. 181.

Currículo MEN (2006). *Estándares básicos de competencias*, p. 84 (6.º-7.º: 67N1, 67N4). MEN (2016). *DBA Matemáticas* V.2, 6.º, DBA 1 y 3, pp. 45-46.

Didáctica Muller, D. A. (2008). *Designing Effective Multimedia for Physics Education*, pp. 165 y 199 (PDF 185 y 219): predecir antes de ver. Sweller, Ayres y Kalyuga (2011). *Cognitive Load Theory*, p. 172 (PDF 192): resuelto → con hueco → sin ayuda. Clark y Mayer (2016), p. 209 (PDF 229): las palabras antes del procedimiento.

Imágenes Termómetro de mínima y máxima: AtelierMonpli, Wikimedia Commons, «Minimum-maximum-Thermometer 2755.jpg», dominio público. Zumbi, rectas e íconos pixel: dibujados por código (*CREDITOS.md*).

PROF. JUAN DIEGO ANDRÉS · JUANDIEGOANDRES.COM