MÓDULO 1 · NÚMEROS NATURALES, CONJUNTOS Y ENTEROS

1.3

Potencias

multiplicar un número por sí mismo: el exponente cuenta factores

PROF. JUAN DIEGO ANDRÉS · JUANDIEGOANDRES.COM

La pregunta de este capítulo

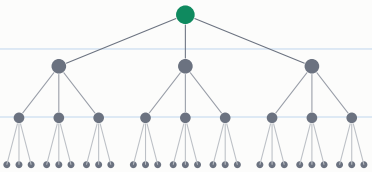


Uno de ustedes le cuenta un chisme a 3 amigos.
Cada uno se lo cuenta a 3 más, que no lo sabían.
Y así durante 5 rondas.



¿Cuántas personas lo oyen en la quinta ronda?

¿15 o 243?



Escriban su apuesta aquí:

Guarden su apuesta: al final del capítulo la comprobamos (p. 24).

En este capítulo van a...

- distinguir base y exponente;
- calcular una potencia contando factores;
- escribir con exponentes un producto repetido.

Lo que ya saben

multiplicar naturales ✓ agrupar factores ✓

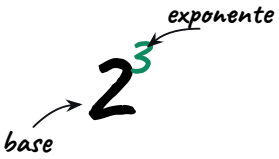
de la Lección 1.2: el producto no cambia.

la clase en video
6:10 min

Prof. Juan Diego Andrés · juandiegoandres.com · @profejuandiegoandres · @juandiegoand

Palabras que van a usar

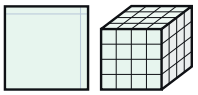
Estas son las palabras del capítulo. Cada una tiene su dibujo; vuelvan a esta página cuando una se les olvide.



potencia
la **base** es el factor que se repite; el **exponente** cuenta cuántas veces

$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$

factor
cada número que se multiplica



al cuadrado · al cubo
exponente 2: un cuadrado; exponente 3: un cubo

$10^2 = 100$
$10^3 = 1000$

potencia de 10
el exponente cuenta los ceros



Primero las palabras, después las cuentas: así el método no se mezcla con vocabulario nuevo.

Lo que ya saben. Multiplicar naturales y, de la Lección 1.2, que los factores se pueden agrupar como queramos: el producto no cambia. Por eso $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$ se puede hacer como $(3 \cdot 3) \cdot (3 \cdot 3) = 9 \cdot 9$.

En el aula, con las manos

Con cubitos (o terrones de azúcar, o cajitas de fósforos) armen un cuadrado de 3×3 en la mesa y cuéntenlos. Después armen un cubo de $2 \times 2 \times 2$ y otro de $3 \times 3 \times 3$. ¿Cuántos cubitos tiene cada uno? Comparen con $3 \cdot 2$ y $3 \cdot 3$: no se parecen.

1 Qué cuenta el exponente

en el video: **0:42**

Esto es una potencia: 2^3, «dos al cubo». El 2 grande es la **base**; el 3 pequeño de arriba es el **exponente**. Con exponente 2 se dice «al cuadrado»; con exponente 3, «al cubo».



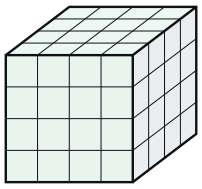
Tapen lo de abajo y decidan antes de seguir leyendo.

Piénsenlo antes de seguir — tapen lo de abajo con una hoja

¿Verdadero o falso? $4^3 = 12$ V F

Falso. 4^3 cuenta los cubitos de un cubo de 4 de lado: cuatro capas de 16. Son **64**, no 12.

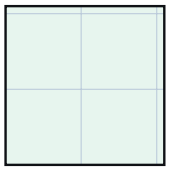
PROF. JUAN DIEGO ANDRÉS · JUANDIEGOANDRES.COM



$$4^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4$$

cuatro capas de 16:

$$16 \cdot 4 = 64$$



$$5^2 = 5 \cdot 5 = 25$$

baldosas, no 10

⊗ **Así lo escribió un compañero**

$4^3 = 4 \cdot 3 = 12$

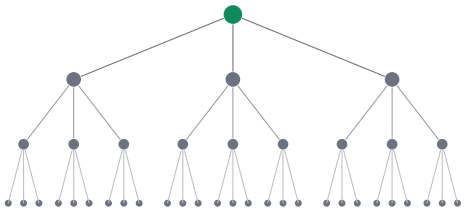
✓ **Así es**

$4^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$

Por qué: el 12 sale de $4 \cdot 3$, que es sumar el 4 tres veces. Pero el exponente no multiplica a la base por 3: cuenta cuántas veces se repite la base como factor. Con el cuadrado pasa igual: 5^2 no es el doble de 5.

El árbol del chisme

Volvamos al chisme: en cada ronda, el número se **multiplica** por 3. Tres; tres por tres, nueve; nueve por tres, veintisiete. La tercera ronda, en fila, es $3 \cdot 3 \cdot 3$: la llave cuenta los factores, y ese número es el exponente.



ronda 1: 3

ronda 2: 3 · 3 = 9

ronda 3: 3 · 3 · 3 = 27

$$\underbrace{3 \cdot 3 \cdot 3}_{\text{3 factores}} = 3^3 = 27$$

Cada ronda multiplica por 3: no suma 3.

La idea del capítulo

$a^n = a \cdot a \cdot \ldots \cdot a$ (n factores) $\qquad a^1 = a \qquad 1^n = 1$

El exponente cuenta los factores. a^1 es un solo factor; $1^n = 1$ porque uno por uno da uno.

Se lee: «a elevada a la ene es un producto de ene factores iguales a a».

2 Calcular una potencia

en el video: **2:26**

Para calcular una potencia, se escriben todos los factores y se multiplica

PROF. JUAN DIEGO ANDRÉS · JUANDIEGOANDRES.COM



El orden de la hoja es el del video: escribir los factores, multiplicar, encerrar.

de a uno. Si son muchos, se agrupan de a dos, como en la Lección 1.2.

Ejercicio 1 Dos a la quinta

2:26 · 1 2 3 · resuelto, para mirar

2^5

cinco factores iguales a 2

① $2^5 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$

$= 2, 4, 8, 16, 32$

② $= 32$ ~~$2 \times 5 = 10$~~

Ejercicio 2 Tres a la cuarta

2:39 · 1 2 3 · complétenlo

3^4

agrupen de a dos

① $3^4 = (3 \cdot 3) \cdot (3 \cdot 3)$

② $= 9 \times 9$

③ $=$ ☐

Ejercicio 3 Cinco al cubo, sin ayuda

3:22 · 1 2 3 · sin ayuda

Fase 3: el video les da 5 segundos.

$5^3 =$

Potencias de 10: el exponente cuenta los ceros

$10^1 = 10$ $\quad 10^2 = 10 \cdot 10 = 100$

$10^3 = 1000$ $\quad 10^6 = 1\,000\,000$

Cada factor 10 agrega un cero. Un millón es 10^6: seis ceros. Se usan en la notación científica (Lección 4.4).

¿Cuántos ceros tiene 10^9? Nueve: es mil millones.

3 Escribir con exponentes

en el video: **3:35**

Ahora al revés: **de la fila larga a la corta**. En $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$, el 2 aparece tres veces y el 3, dos veces: se escribe $2^3 \cdot 3^2$.

Primero se juntan los iguales; después se cuentan.

PROF. JUAN DIEGO ANDRÉS · JUANDIEGOANDRES.COM

Ejercicio 4 De la fila larga a la corta

3:35 **1** 2 3 resuelto, para mirar

① $= \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2}_{3 \text{ veces}} \cdot \underbrace{3 \cdot 3}_{2 \text{ veces}}$

② $= 2^3 \cdot 3^2$



Ojo. Cada exponente cuenta **solo su propia base**: en $2^3 \cdot 3^2$, el 3 pequeño es del 2, no del 3 (minuto 3:49 del video).

Ejercicio 5 Cincos y sietes

3:56 1 **2** 3 complétenlo

① $= 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$

② $= 5^{\square} \cdot 7^3$

Ejercicio 6 Desordenados, sin ayuda

4:19 1 2 **3** sin ayuda

$2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 3 =$

Pista: primero junten los iguales. Un factor que va solo es $5 = 5^1$, y el 1 no se escribe.

Para el cuaderno de trabajo

Empiezan con una bacteria, y cada hora cada bacteria se divide en dos. ¿Cuántas hay después de diez horas? Escríbanlo como potencia y calcúlenlo: es el ejercicio 12 del cuaderno de trabajo (el video lo deja en el minuto 4:44).



Una bacteria que se divide en dos (microscopio).

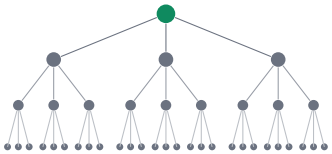
Para recordar

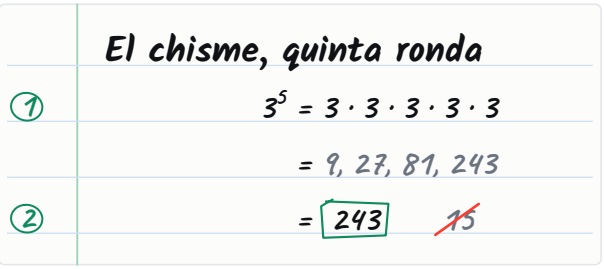
1. El exponente cuenta los factores.
2. El exponente no multiplica a la base: 4^3 es 64, no 12.
3. Para escribir con exponentes, **junten los iguales y cuéntenlos**.

PROF. JUAN DIEGO ANDRÉS · JUANDIEGOANDRES.COM

en el video: **5:17**

La respuesta a la pregunta





Doscientas cuarenta y tres personas, no quince: **cada ronda multiplica por 3, no suma 3**. El 15 sale de $3 \cdot 5$, el mismo error de $4^3 = 12$.



¡Pregunta pagada! ¿Cuántos apostaron por 15?

Para qué les sirve

En 10.º y 11.º esto no aparece con su nombre, pero las potencias están detrás de casi todas sus lecciones, a través de otros temas. **Lo que sigue:** Lección 1.4, los números primos y la escalera de factores, donde escribir con exponentes se usa en cada paso.

Para seguir estudiando

Recursos

escaneen con la cámara del celular

La clase
video de 6:10, en la lección del curso

El short
el error típico en un minuto

La lista
todas las clases del módulo

PROF. JUAN DIEGO ANDRÉS · JUANDIEGOANDRES.COM

Prompts para estudiar con IA

Péguenlos en un asistente de IA: están escritos para que les **pregunte**, no para que les responda. Y comprueben cada número: la IA también se equivoca con las cuentas.

1 Hágame 5 preguntas, una por una, para saber si distingo una potencia de una multiplicación (por ejemplo, 2^3 y $2 \cdot 3$). No me diga la respuesta: espere la mía y dígame solo si está bien.

2 Escríbame 4 productos de factores repetidos y desordenados (como $2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5$). Pídame que los escriba con exponentes. Si me equivoco, deme una pista, no la solución.

3 Le voy a explicar con mis palabras por qué el chisme de 5 rondas llega a 243 personas y no a 15. Hágame preguntas como un profesor hasta que yo mismo encuentre lo que me falte.

Referencias

Contenido Ficha P1-L3 del curso (v3 auditada) y guion del video P1-L3-clase: ejemplos, números y palabras.

Estándares MEN (2006). *Estándares básicos de competencias*, p. 84: 67N8 (problemas con potenciación y radicación). MEN (2016). *DBA Matemáticas* V.2, grado 7.º, DBA 1, p. 53.

Contenido OpenStax (2020). *Prealgebra* 2.ª ed., CC BY 4.0, §2.1 «Use the Language of Algebra» (exponentes), PDF p. 105 **[por verificar]**. Van de Walle et al. (2019), p. 607 (PDF 608): «an exponent applies to its immediate base».

Errores Ryan y Williams (2007). *Children's Mathematics 4-15*, Apéndice 1, p. 202, ítem M11.23: el 7 % calcula el cuadrado como el doble. Blueprint del canal «Potencias sin miedo», §1: el error $2^3 = 6$ (la clase usa el gemelo $4^3 = 12$).

Didáctica Sweller, Ayres y Kalyuga (2011). *Cognitive Load Theory*, p. 172 (PDF 192): resuelto → con hueco → sin ayuda. Clark y Mayer (2016), p. 209 (PDF 229): vocabulario antes del procedimiento. Muller (2008), pp. 165 y 199: predecir antes de ver.

Imágenes Celular: StockyPics, Flickr, CC0. Bacteria en división: Pradana Aumars, Wikimedia Commons, «2 bacteria cell division.jpg», CC0. Zumbi, cubos, árbol e íconos pixel: dibujados por código (*CREDITOS.md*).

Sus notas: dudas para llevar a la clase

Soluciones

Ej. 2. $9 \times 9 = 81.$

Ej. 3.
$5 \cdot 5 \cdot 5 = 25 \cdot 5 = 125.$

Ej. 5. $5^2 \cdot 7^3$*: el 5 aparece dos veces.*

Ej. 6.
$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 =$
$2^3 \cdot 3^2 \cdot 5.$

Piénsenlo: falso;
$4^3 = 64.$

PROF. JUAN DIEGO ANDRÉS · JUANDIEGOANDRES.COM

PROF. JUAN DIEGO ANDRÉS · JUANDIEGOANDRES.COM